3　ダイナミックパネルデータモデルの推定

パネルデータ分析の中級編の第三回目として, ダイナミックパネルデータモデルの推定方法とそれに関する計量分析の基礎知識について説明します．今回は Cameron and Trivedi (2010) による "Microeconometrics Using Stata, Revised Edition", Stata Press の第 6 章 Linear instrumental-variables regression と第 9 章 Linear panel-data models: Extensions の内容を用いて解説を行います．主なトピックは次の通りです．

- GMM とは
- 過剰識別制約の検定
- ダイナミックパネルデータモデルの推定

今回の一番の目的は xtabond コマンドを利用してダイナミックパネルデータモデルを推定することです．ただ, その推定手法として **GMM**(Generalized Method of Moments) というものを利用します．GMM は前回紹介した TSLS(二段階最小二乗法) と同じく, 操作変数法の一種です[4]．

3.1　GMM とは

TSLS と比較しながら話を始めたいと思いますので, TSLS によるモデルを推定し, その結果を TwoSLS1 という名前で保存します．

```
. use mus06data.dta, clear
. global x2list totchr age female blhisp linc
. ivregress 2sls ldrugexp (hi_empunion=ssiratio ) $x2list,vce(robust)
```
(推定結果は省略します)
```
. estimates store TwoSLS1
```

これは内生変数 1 個に対して操作変数を 1 個利用した**丁度識別**の状態です．操作変数法では次に示す**モーメント条件**(直交条件) を満たす操作変数 z を用いてモデル推定を行います．

$$\mathrm{E}\left\{\mathbf{z}_i'\left(y_i-\mathbf{x}_i'\beta\right)\right\}=\mathbf{0} \tag{14}$$

次に操作変数の個数を 2 個に増やして**過剰識別**の状態でモデル推定を行います．先に作成したグローバルマクロ x2list を利用して, もう一つのグルーバルマクロ `ivmodel` を作成し, 入力の手間を省く事にします．

```
. global ivmodel "ldrugexp (hi_empunion=ssiratio multlc) $x2list"
. quietly ivregress 2sls $ivmodel,vce(robust)
. est store TwoSLS2
```

次に GMM 推定を行います．

```
.  quietly ivregress gmm $ivmodel,wmatrix(robust)
. est store GMM_het
```

[4] GMM は何もパネルデータ分析に特有な推定手法ではありません。クロスセクションや時系列データの推定でも利用できます。

これらの推定結果をまとめて表示します.

```
. est table TwoSLS1 TwoSLS2 GMM_het,b(%9.5f) se
```

Variable	TwoSLS1	TwoSLS2	GMM_het
hi_empunion	-0.89759	-0.98993	-0.99328
	0.22113	0.20459	0.20467
totchr	0.45027	0.45121	0.45095
	0.01020	0.01031	0.01031
age	-0.01322	-0.01414	-0.01415
	0.00300	0.00290	0.00290
female	-0.02041	-0.02784	-0.02817
	0.03261	0.03217	0.03219
blhisp	-0.21742	-0.22371	-0.22310
	0.03949	0.03958	0.03960
linc	0.08700	0.09427	0.09446
	0.02264	0.02188	0.02190
_cons	6.78717	6.87519	6.87782
	0.26885	0.25789	0.25800

legend: b/se

表の結果を見比べてみると, 絶対値で見たときに TwoSLS1 の推定値が TwoSLS2 と GMM_het の結果に比べ約 10% 程度小さくなっています. しかし, 標準誤差については TwoSLS2 と GMM_het に比べ, 大きくなっているものや, 逆に小さくなっているものがあります. 基本的に標準誤差は小さいものが好まれます. ここでは操作変数を 2 個利用して過剰識別の状態にすることで, より効率的 (標準誤差の小さい) 推定量を得ることができています. gmm 推定における wmatrix(robust) オプションは, 2sls の vce(robust) に対応するものです. [5]

3.2 過剰識別の検定

操作変数の数を増やしてより効率的な標準誤差を求めることができました. それではもっと操作変数を増やせば, より効率的な推定量を求めることができるのでしょうか. これには過剰制約の検定 (**test of overientifying restriction**) という検定手法が用意されています[6]. 帰無仮説は“モーメント条件は適切である”, すなわち, 選択した操作変数は適切であるというものです. 先に実行した 2 つの操作変数を利用した gmm 推定で試してみましょう.

```
. quietly ivregress gmm $ivmodel,wmatrix(robust)
. estat overid
```

```
Test of overidentifying restriction:
Hansen´s J chi2(1) = 1.04754 (p = 0.3061)
```

[5] “Microeconometrics Using Stata, Revised Edition”では gmm 推定の他のオプションを利用した場合と比較を詳しく行っていますが、ここでは話を簡単にするために省略します。

[6] この検定は Hansen の検定、Sargan の検定、Hansen-Sargan の検定などと呼ばれることがありますが、どれも同じものです。

有意水準 5% で考えると, 選択した 2 個の操作変数で作成されるモーメント条件は適切であると判断できます. この時の自由度は利用した操作変数の数から 1 を引いたものになります.

それではさらに操作変数の数を増やしてみましょう.

```
. ivregress gmm ldrugexp (hi_empunion=ssiratio lowincome multlc firmsz) $x2list,
>wmatrix(robust)
```

```
Instrumental variables (GMM) regression          Number of obs   =     10,089
                                                 Wald chi2(6)    =    2042.12
                                                 Prob > chi2     =     0.0000
                                                 R-squared       =     0.0829
GMM weight matrix: Robust                        Root MSE        =     1.3043
```

ldrugexp	Coef.	Robust Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
hi_empunion	-.8124043	.1846433	-4.40	0.000	-1.174299	-.45051
totchr	.449488	.010047	44.74	0.000	.4297962	.4691799
age	-.0124598	.0027466	-4.54	0.000	-.0178432	-.0070765
female	-.0104528	.0306889	-0.34	0.733	-.0706019	.0496963
blhisp	-.2061018	.0382891	-5.38	0.000	-.2811471	-.1310566
linc	.0796532	.0203397	3.92	0.000	.0397882	.1195183
_cons	6.7126	.2425973	27.67	0.000	6.237118	7.188081

```
Instrumented:  hi_empunion
Instruments:   totchr age female blhisp linc ssiratio lowincome multlc
               firmsz
```

```
. estat overid
```

```
  Test of overidentifying restriction:
  Hansen's J chi2(3) = 11.5903 (p = 0.0089)
```

有意水準 1% で帰無仮説は棄却できますので, 操作変数の見直しが必要になります. もっとも, 内生変数 hi_empunion の推定値は-0.812 で, 丁度識別の場合と著しい違いが生じているという訳でもありません. ここでは GMM 推定で過剰制約の検定を試しましたが, TSLS で過剰識別の状態で推定を行い, 同様の検定を行うことも可能です.

3.3 ダイナミックパネルデータモデルの推定

ここまで GMM 推定と過剰識別について説明してきましたが, それはこれから説明するダイナミックパネルデータモデルの推定に必要不可欠だからです. ここからは“Microeconometrics Using Stata, Revised Edition”, Stata Press の第 9 章 Linear panel-data models: Extensions の内容を利用して解説します. まず, 一般的なダイミックモデルの例を次に示します.

$$y_{it} = \gamma_1 y_{i,t-1} + \cdots + \gamma_p y_{i,t-p} + \mathbf{x}'_{it}\beta + \alpha_i + \epsilon_{it}, \quad t = p+1, \ldots, T \tag{15}$$

ここで α_i は固定効果とします. 説明変数 x_{it} は ϵ_{it} とは無相関だとします. もちろん, ここでの目的は $\gamma_1, \cdots, \gamma_p$ と β の一致推定量を求めることです[7]. 簡単な AR(1) モデル $y_{it} = \gamma_1 y_{i,t-1} + \alpha_i + \epsilon_{it}$ を用

[7] ランダム効果の場合であっても一致推定量を求めることはできます。

いて, ダイナミックモデルの意味をもう少し具体的に考えてみましょう．時点 1 で大きな正のショック ϵ_{i1} が生じたとします．y を所得とすると, 正の大きなショックは所得を大幅に増やします．つまり, 時点 2 以降の予測値を考えてみると, $\gamma_1 \simeq 1$ であれば明らかに所得は増えていきます．逆に, $\gamma_1 \simeq 0$ だとすると, 所得は α_i に戻ってしまいます．時間軸で考えたときに, 過去に生じた変化が当期のアウトカムに影響を及ぼす形になっており, このように時間差の生じるモデルをダイナミックモデルと呼びます.

15 式の推定方法として最初に within 推定[8]という推定手法を利用することを考えます．しかし, within 推定ですと説明変数である $y_{i,t-1} - \bar{y}_i$ と誤差項 $\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i$ の間に相関が生じてしまうことが問題となります．すでにご存知のことと思いますが, within 推定とは $p = 1$ で考えた時, 次のようになります.

$$
\begin{aligned}
y_{it} &= \gamma_1 y_{i,t-1} + \mathbf{x}'_{it}\beta + \alpha_i + \epsilon_{it} \\
\bar{y}_i &= \gamma_1 \bar{y}_i + \bar{\mathbf{x}}'_i\beta + \alpha_i + \bar{\epsilon}_i
\end{aligned}
$$

二つの式を引き算して, 固定効果を削除して先に γ を求め, その後で固定効果を求める手法が within 推定です.

$$
y_{it} - \bar{y}_i = \gamma_1 \left(y_{i,t-1} - \bar{y}_i\right) + \left(\mathbf{x}'_{it} - \bar{\mathbf{x}}'_i\right)\beta + \left(\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i\right)
$$

元の 15 式で ϵ_{it} に自己相関は無いと仮定したのに, 上式で $y_{i,t-1} - \bar{y}_i$ と誤差項 $\epsilon_{it} - \bar{\epsilon}_i$ の間に相関が生じるというのはどういうことでしょうか．まず, $y_{i,t-1}$ と同時点の $\epsilon_{i,t-1}$ には相関があります．次に, $\bar{\epsilon}_i$ は平均ですから, そこに $\epsilon_{i,t-1}$ が含まれますので, $y_{i,t-1}$ と $\bar{\epsilon}_i$ にも相関が生じることが分かります．たとえ $(y_{i,t-1} - \bar{y}_i)$ のラグを増やしても, 平均の中に誤差項の偏差と同時点の項が含まれますので, 相関が消えることはありません．結論として, ダイナミックモデルの within 推定では, 操作変数の利用を前提とした場合, 被説明変数のラグ項と誤差項の間に相関が生じてしまい, ラグ項を操作変数として利用できないことが分かります.

FD モデル

次に within 推定とよく似た FD(**first difference**) モデルについて考えてみます．ダイナミックモデルは一度, この形に変形してからモデル推定を行います.

$$
\Delta y_{it} = \gamma_1 \Delta y_{i,t-1} + \cdots + \gamma_p \Delta y_{i,t-p} + \Delta\mathbf{x}'_{it}\beta + \Delta\epsilon_{it}, \quad t = p+1, \ldots, T \tag{16}
$$

これは 15 式の階差をとったモデルです．within 推定と同じく階差を取ることでも, 固定効果を削除できます．もちろん, ϵ_{it} に系列相関はないものとします．そして, この FD モデルにおいても先のダイナミックモデルと同様, $\Delta y_{i,t-1}$ と $\Delta\epsilon_{it}$ の間に相関が生じてしまいますので, OLS 推定では一致推定量を得ることができません.

$$
\Delta y_{it} = \gamma_1 \Delta y_{i,t-1} + \gamma_2 \Delta y_{i,t-2} + \Delta\epsilon_{it}, \quad t = p+1, \ldots, T
$$

例えば, $\Delta y_{i,t-1} = y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ で $\Delta\epsilon_{it} = \epsilon_{it} - \epsilon_{i,t-1}$ です．両者の相関を考えると, $y_{i,t-1}$ は $\epsilon_{i,t-1}$ に依存しますので, 両者の間に相関が存在します．しかし, $\Delta y_{i,t-2}$ についてはどうでしょうか. $(y_{i,t-2} - y_{i,t-3})$ と $(\epsilon_{it} - \epsilon_{i,t-1})$ を考えると, 時点の重なりがありませんので, $\Delta y_{i,t-2}$ と $\Delta\epsilon_{it}$ に相関

[8]固定効果モデルの推定量のことを within 推定量と呼びます。

はありません．つまり, FD モデルでは $p \geq 2$ の項は操作変数として利用できることが分かります．Anderson and Hsiao (1981) は $\Delta\epsilon_{it}$ と無相関な $\Delta y_{i,t-2}$ を $\Delta y_{i,t-1}$ の操作変数として利用することを提案しました．

同じ理由で各ラグ付き従属変数のラグ項を操作変数として利用し, $\mathbf{x}_{it}$ が外生変数である場合は, それも操作変数として利用します．また, Arellano and Bond (1991) 推定量の計算では, さらに多くのラグを追加してモデル推定を行いますが, 彼らは ϵ_{it} に系列相関がないという, そもそもの仮定を検定する方法も提案しています．次は Arellano and Bond 推定量について詳しく見ていくことにします．

3.4 Arellano-Bond 推定量:時系列モデルの推定

賃金に関するパネルデータを用いて AR(2) の自己回帰モデルを推定します．一時系列データのモデル推定では情報量規準と系列相関の有無を吟味して, モデルのラグ次数を決定しました．ところが 16 式に示すパネルデータにおける AR モデルでは, 先に述べたようにラグ項と誤差項の階差に相関が生じてしまいますので, 非線形の最小二乗法を用いて一致推定量を求めることができません．そこで推定手法として GMM を使って, Arellano-Bond 推定量を求めます．

$$\Delta y_{it} = \alpha + \gamma_1 \Delta y_{i,t-1} + \gamma_2 \Delta y_{i,t-2} + \Delta\epsilon_{it}, \quad t = 4, 5, 6, 7$$

ここで利用するパネルデータの時点数は 7 です．念のため, 表にしてみると, 利用可能な時点数が 4 時点しかないことが分かります．

t	y	Δy	$\Delta y\,(-1)$	$\Delta y\,(-2)$	ϵ	$\Delta\epsilon$
1	y_{i1}				ϵ_{i1}	
2	y_{i2}	$y_{i2} - y_{i1}$			ϵ_{i2}	$\epsilon_{i2} - \epsilon_{i1}$
3	y_{i3}	$y_{i3} - y_{i2}$	$y_{i2} - y_{i1}$		ϵ_{i3}	$\epsilon_{i3} - \epsilon_{i2}$
4	y_{i4}	$y_{i4} - y_{i3}$	$y_{i3} - y_{i2}$	$y_{i2} - y_{i1}$	ϵ_{i4}	$\epsilon_{i4} - \epsilon_{i3}$
5	y_{i5}	$y_{i5} - y_{i4}$	$y_{i4} - y_{i3}$	$y_{i3} - y_{i2}$	ϵ_{i5}	$\epsilon_{i5} - \epsilon_{i4}$
6	y_{i6}	$y_{i6} - y_{i5}$	$y_{i5} - y_{i4}$	$y_{i4} - y_{i3}$	ϵ_{i6}	$\epsilon_{i6} - \epsilon_{i5}$
7	y_{i7}	$y_{i7} - y_{i6}$	$y_{i6} - y_{i5}$	$y_{i5} - y_{i4}$	ϵ_{i7}	$\epsilon_{i7} - \epsilon_{i6}$

階差のラグ項を利用していることを考慮すると, $t = 4$ で $\Delta\epsilon_{i4}$ と相関しない操作変数は y_{i1} と y_{i2}, $t = 5$ で $\Delta\epsilon_{i5}$ と相関しない操作変数は y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, $t = 6$ では 4 個, $t = 7$ では 5 個となります．合計で, $2 + 3 + 4 + 5 = 14$ 個の操作変数を利用でき, 定数項は常に操作変数として利用できますので, 結局 15 個の操作変数が利用できます．

賃金データ mus08psidextract.dta を用いて, AR(2) モデルを推定します. 外生変数は利用しません.

```
. use mus08psidextract.dta, clear
. xtabond lwage,lags(2) vce(robust)
```

```
Arellano-Bond dynamic panel-data estimation     Number of obs     =      2,380
Group variable: id                              Number of groups  =        595
Time variable: t
                                                Obs per group:
                                                              min =          4
                                                              avg =          4
                                                              max =          4

Number of instruments =     15                  Wald chi2(2)      =    1253.03
                                                Prob > chi2       =     0.0000
One-step results
                                     (Std. Err. adjusted for clustering on id)
------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lwage |
         L1. |   .5707517   .0333941    17.09   0.000     .5053005    .6362029
         L2. |   .2675649   .0242641    11.03   0.000     .2200082    .3151216
             |
       _cons |   1.203588    .164496     7.32   0.000     .8811814    1.525994
------------------------------------------------------------------------------
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/.).lwage
Instruments for level equation
        Standard: _cons
```

データセットには 4,165 行分のデータがありますが, 階差を取り, さらにラグ項を利用しているので推定に利用したデータ (行) 数は 4 年分 $\times$595 人分 $= 2,380$ 行です. 推定結果の画面にある lwage の L1. と L2. は階差を取る前の $y_{i,t-1}$ と $y_{i,t-2}$ の推定値です. もちろん, 推定の際には FD モデルに変換しています. 推定結果の下にある L(2/.) は, 時点 t に対して操作変数 $y_{i,t-2}, y_{i,t-3}, \ldots, y_{i,1}$ を利用していることを示しています. また, 推定値から $0.57 + 0.27 = 0.84$ で, 当期の賃金は過去の賃金に大きく依存していることが分かります.

上記の GMM 推定は 1 ステップ推定量と呼ばれるものですが, より効率的 (S.E が小さい) な 2 ステップ推定量も用意されています.

```
. xtabond lwage,lags(2) twostep vce(robust)

 Arellano-Bond dynamic panel-data estimation     Number of obs     =      2,380

Group variable: id                              Number of groups  =        595
Time variable: t
                                                Obs per group:
                                                              min =          4
                                                              avg =          4
                                                              max =          4

Number of instruments =     15                  Wald chi2(2)      =    1974.40
                                                Prob > chi2       =     0.0000
Two-step results
                                     (Std. Err. adjusted for clustering on id)
------------------------------------------------------------------------------
             |              WC-Robust
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lwage |
         L1. |   .6095931   .0330542    18.44   0.000      .544808    .6743782
         L2. |   .2708335   .0279226     9.70   0.000     .2161061    .3255608
             |
       _cons |   .9182262   .1339978     6.85   0.000     .6555952    1.180857
------------------------------------------------------------------------------
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/.).lwage
Instruments for level equation
        Standard: _cons
```

1 ステップと 2 ステップのそれを比較すると, 推定値と S.E がほぼ同じような値になっています. この例題では 2 ステップ推定量による明確な違いは生じていません.

期間 T が大きな場合, Arellano-Bond 推定は自動的に非常に多くの操作変数を作成することになるので, 却って, 統計的推測において不都合が生じてしまうことがあります. そのような場合のために maxldep() オプションが用意されています. 例えば, 時点 t において最初の $y_{i,t-2}$ だけを操作変数として利用する場合は次のようにします.

```
. xtabond lwage,lags(2) vce(robust) maxldep(1)

 Arellano-Bond dynamic panel-data estimation     Number of obs     =      2,380

Group variable: id                              Number of groups  =        595
Time variable: t
                                                Obs per group:
                                                              min =          4
                                                              avg =          4
                                                              max =          4

Number of instruments =      5                  Wald chi2(2)      =    1372.33
                                                Prob > chi2       =     0.0000
One-step results
                                     (Std. Err. adjusted for clustering on id)
------------------------------------------------------------------------------
             |               Robust
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lwage |
         L1. |   .4863642   .1919353     2.53   0.011      .110178    .8625505
         L2. |   .3647456   .1661008     2.20   0.028      .039194    .6902973
             |
       _cons |   1.127609   .2429357     4.64   0.000     .6514633    1.603754
------------------------------------------------------------------------------
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/2).lwage
```

```
Instruments for level equation
        Standard: _cons
```

ここでは $t = 4 \sim 7$ の範囲で $y_{i2}, y_{i3}, y_{i4}, y_{i5}$ と定数項の 5 個の操作変数を利用します．注目すべきは, 操作変数が少なすぎるので, 標準誤差が 6 倍以上になって効率性が失われています．実際, maxldep(2) としてみると, S.E はほぼ元の大きさになります．また, `xtabond` コマンドには拡張形として `xtabond2` というコマンドも用意されています．

3.5 説明変数を利用した Arellano-Bond 推定量

第二回の解説で利用したハウスマン · テイラーモデルと同じモデルを推定します．ただし, 説明変数に被説明変数のラグ項を含むダイナミックパネルデータ分析では, 自動的に階差を取りますので, 時間方向で不変な変数 `fem`(性別),`blk`(人種),`ed`(学歴) は利用しません．そして `occ`(ブルーカラーの場合は 1), `south`(居住地が南部の場合は 1), `smsa`(居住地が標準大都市統計圏の場合は 1),`ind`(製造業の場合は 1) は外生変数とします．これらの設定でモデルを推定します．

```
. xtabond lwage occ south smsa ind,lags(2) maxldep(3) pre(wks,lag(1,2))
> endogenous(ms,lag(0,2)) endogenous(union,lag(0,2)) twostep vce(robust)
> artests(3)
```

```
 Arellano-Bond dynamic panel-data estimation     Number of obs     =      2,380

Group variable: id                              Number of groups  =        595
Time variable: t
                                                Obs per group:
                                                              min =          4
                                                              avg =          4
                                                              max =          4

Number of instruments =     40                  Wald chi2(10)     =    1287.77
                                                Prob > chi2       =     0.0000
Two-step results
                                     (Std. Err. adjusted for clustering on id)
```

lwage	Coef.	WC-Robust Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
lwage						
L1.	.611753	.0373491	16.38	0.000	.5385501	.6849559
L2.	.2409058	.0319939	7.53	0.000	.1781989	.3036127
wks						
--.	-.0159751	.0082523	-1.94	0.053	-.0321493	.000199
L1.	.0039944	.0027425	1.46	0.145	-.0013807	.0093695
ms	.1859324	.144458	1.29	0.198	-.0972	.4690649
union	-.1531329	.1677842	-0.91	0.361	-.4819839	.1757181
occ	-.0357509	.0347705	-1.03	0.304	-.1038999	.032398
south	-.0250368	.2150806	-0.12	0.907	-.446587	.3965134
smsa	-.0848223	.0525243	-1.61	0.106	-.187768	.0181235
ind	.0227008	.0424207	0.54	0.593	-.0604422	.1058437
_cons	1.639999	.4981019	3.29	0.001	.6637377	2.616261

```
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/4).lwage L(1/2).L.wks L(2/3).ms L(2/3).union
        Standard: D.occ D.south D.smsa D.ind
Instruments for level equation
        Standard: _cons
```

まず, 説明変数として利用した occ 以下の変数のうち, endogenous() で囲まれた ms と union は内生変数であることを意味しています. それぞれ, lag(0,2) とありますが, 前の 0 は説明変数として利用するときにラグ項は含まないという意味です. ですから, 推定結果の画面に ms と union は 1 行しかリストされていません. ここを増やすと, L1. などの表記が現れます. 一方, カッコの後ろ側にある 2 は操作変数として利用するラグ項の次数を示します. 例えば, ms であればモーメント条件を作成するときに ms_{t-1} と ms_{t-2} を操作変数として利用します. 一方, pre(wks,lag(1,2)) は wks が先決変数[9]であることを示します. カッコ内の意味は endogenous() と同じす. 折角, 多くの説明変数を利用しましたが, ほとんどのものは 5% 水準で有意ではありません.

検定

ダイナミックモデルの推定において ϵ_{it} には系列相関はないという仮定がありました. この仮定を利用すると, AR(2) モデルの場合であれば, 2 時点以上離れた時の $\Delta\epsilon_{it}$ と $\Delta\epsilon_{i,t-k}$ $(k \geq 2)$ の間には相関はありません. つまり,

$$\begin{aligned} \mathrm{COV}\left(\Delta\epsilon_{it}, \Delta\epsilon_{i,t-1}\right) &= \mathrm{COV}\left(\epsilon_{it} - \epsilon_{i,t-1}, \epsilon_{i,t-1} - \epsilon_{i,t-2}\right) \\ &= -\mathrm{COV}\left(\epsilon_{i,t-1}, \epsilon_{i,t-1}\right) \neq 0 \end{aligned}$$

となり, 相関がありますが, $k \geq 2$ とすると次のように相関は生じません.

$$\mathrm{COV}\left(\Delta\epsilon_{it}, \Delta\epsilon_{i,t-k}\right) = \mathrm{COV}\left(\epsilon_{it} - \epsilon_{i,t-1}, \epsilon_{i,t-k} - \epsilon_{i,t-k-1}\right) = 0$$

この検定をここで行ってみましょう. この検定を行うにはダイナミックモデル推定時に artests() オプションを利用しておく必要があります. 先の推定例ではそのためにコマンドオプションとして artests(3) を追加しておきました. もちろん, これは artests(2) でも構わない訳ですが, 念のため, ラグ 3 まで調べるということです.

```
. estat abond
```

```
Arellano-Bond test for zero autocorrelation in first-differenced errors
```

Order	z	Prob > z
1	-4.5244	0.0000
2	-1.6041	0.1087
3	.35729	0.7209

```
H0: no autocorrelation
```

帰無仮説は自己相関なしです. 仮定通りに 2 時点以上離れた所では, 帰無仮説を棄却できません. 次に, 過剰識別に関する重要な検定を行います. コマンドは estat sargan ですが, これはモデル推定時に vce(robust) オプションを利用していないことが前提となりますので, 再度, 推定から実行します.

[9]外生変数や内生変数のラグ項のことを指します。

```
. xtabond lwage occ south smsa ind,lags(2) maxldep(3) pre(wks,lag(1,2))
> endogenous(ms,lag(0,2)) endogenous(union,lag(0,2)) twostep artests(3)
.  estat sargan
```

```
.  estat sargan
Sargan test of overidentifying restrictions
        H0: overidentifying restrictions are valid

        chi2(29)     =  39.87571
        Prob > chi2  =    0.0860
```

帰無仮説は採用した操作変数によるモーメント条件は適切であるというものです. 有意水準 5% では帰無仮説は棄却できません.

3.6 xtdpdsys コマンド

Arellano-Bond 推定量はモーメント条件として $\mathrm{E}\,(y_{is}\Delta\epsilon_{it}) = 0\,(s \leq t-2)$ を提案し, FD モデルにおいて $y_{i,t-2}, y_{i,t-3}, \ldots$ を操作変数法として利用しました. これ以外に評価の高い推定手法として Arellano and Bover (1995) と Blundell and Bond (1998) の提案した方法があります. 彼らは直交条件として, $\mathrm{E}\,(y_{i,y-1}\Delta\epsilon_{it}) = 0$ をさらに追加し, Stata のコマンド `xtdpdsys` として用意されています.[10]

先の賃金関数をこのコマンドで推定してみましょう.

```
. xtdpdsys lwage occ south smsa ind,lags(2) maxldep(3) pre(wks,lag(1,2))
>endogenous(ms,lag(0,2)) endogenous(union,lag(0,2)) twostep vce(robust)
>artests(3)
```

[10] ado ファイル xtabond2 でも実行可能です。こちらのシンタックスは xtabond と同じです。

```
System dynamic panel-data estimation           Number of obs      =      2,975
Group variable: id                             Number of groups   =        595
Time variable: t
                                               Obs per group:
                                                             min =          5
                                                             avg =          5
                                                             max =          5

Number of instruments =     60                 Wald chi2(10)      =    2270.88
                                               Prob > chi2        =     0.0000
Two-step results
------------------------------------------------------------------------------
             |              WC-Robust
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lwage |
         L1. |   .6017533   .0291502    20.64   0.000     .5446199    .6588866
         L2. |   .2880537   .0285319    10.10   0.000     .2321322    .3439752
             |
         wks |
         --. |  -.0014979   .0056143    -0.27   0.790    -.0125017     .009506
         L1. |   .0006786   .0015694     0.43   0.665    -.0023973    .0037545
             |
          ms |   .0395337   .0558543     0.71   0.479    -.0699386    .1490061
       union |  -.0422409   .0719919    -0.59   0.557    -.1833423    .0988606
         occ |  -.0508803   .0331149    -1.54   0.124    -.1157843    .0140237
       south |  -.1062817    .083753    -1.27   0.204    -.2704346    .0578713
        smsa |  -.0483567   .0479016    -1.01   0.313    -.1422422    .0455288
         ind |   .0144749    .031448     0.46   0.645    -.0471621    .0761118
       _cons |   .9584113   .3632287     2.64   0.008     .2464961    1.670327
------------------------------------------------------------------------------
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/4).lwage L(1/2).L.wks L(2/3).ms L(2/3).union
        Standard: D.occ D.south D.smsa D.ind
Instruments for level equation
        GMM-type: LD.lwage LD.wks LD.ms LD.union
        Standard: _cons
```

操作変数の個数が 40 個から 60 個に増えました. 符号条件に変化はありませんが, 推定値にも多少の変化があります. 一方, 標準誤差は 10-60% の範囲で小さくなっています. 先に実行した `xtabond` コマンドと同じく, `estat abond` コマンドでダイナミックモデルの誤差項に関する系列相関の検定, そして, `vce(robust)` オプションを外して再度推定した後, `estat sargan` コマンドで過剰識別の検定が可能です.

3.7 xtdpd コマンド

ここまで解説したダイナミックモデルの推定コマンドは ϵ_{it} に系列相関の無いことを仮定しています. もし, estat abond コマンドで“系列相関なし”の存在が帰無仮説が棄却されてしまったらどうすべきでしょうか?一つにはダイナミックモデルのラグの次数をさらに増やしてみることでしょう. それとは別に ϵ_{it} が低次の移動平均過程に従っていることを仮定した xtdpd コマンドが Stata には用意されていますので, 最後にそのコマンドを利用してダイナミックモデルを推定してみましょう.

```
. xtdpd L(0/2).lwage L(0/1).wks occ south smsa ind ms union,
>div(occ south smsa ind) dgmmiv(lwage,lagrange(2 4))
>dgmmiv(ms union,lagrange(2 3)) dgmmiv(L.wks,lagrange(1 2))
>lgmmiv(lwage wks ms union) twostep vce(robust) artests(3)
```

```
Dynamic panel-data estimation                   Number of obs      =      2,975
Group variable: id                              Number of groups   =        595
Time variable: t
                                                Obs per group:
                                                              min =          5
                                                              avg =          5
                                                              max =          5

Number of instruments =     60                  Wald chi2(10)      =    2270.88
                                                Prob > chi2        =     0.0000
Two-step results
                                     (Std. Err. adjusted for clustering on id)
------------------------------------------------------------------------------
             |              WC-Robust
       lwage |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       lwage |
         L1. |   .6017533   .0291502    20.64   0.000     .5446199    .6588866
         L2. |   .2880537   .0285319    10.10   0.000     .2321322    .3439752
             |
         wks |
         --. |  -.0014979   .0056143    -0.27   0.790    -.0125017     .009506
         L1. |   .0006786   .0015694     0.43   0.665    -.0023973    .0037545
             |
         occ |  -.0508803   .0331149    -1.54   0.124    -.1157843    .0140237
       south |  -.1062817    .083753    -1.27   0.204    -.2704346    .0578713
        smsa |  -.0483567   .0479016    -1.01   0.313    -.1422422    .0455288
         ind |   .0144749    .031448     0.46   0.645    -.0471621    .0761118
          ms |   .0395337   .0558543     0.71   0.479    -.0699386    .1490061
       union |  -.0422409   .0719919    -0.59   0.557    -.1833423    .0988606
       _cons |   .9584113   .3632287     2.64   0.008     .2464961    1.670327
------------------------------------------------------------------------------
Instruments for differenced equation
        GMM-type: L(2/4).lwage L(2/3).ms L(2/3).union L(1/2).L.wks
        Standard: D.occ D.south D.smsa D.ind
Instruments for level equation
        GMM-type: LD.lwage LD.wks LD.ms LD.union
        Standard: _cons
```

ここでは 15 式の ϵ_{it} は MA(1) 過程, すなわち, $\epsilon_{it} = \eta_{it} + \delta\eta_{i,t-1}$ に従うと仮定しています. η_{it} は i.i.id であるとします. このケースでは両者の推定結果は同じものになりました.

GMM 推定時のポイント

今回は GMM 推定をモデル推定のメソッドとして利用しました. GMM も TSLS のどちらの場合もモデル推定後には必ず, 次の検定を行ってください.

- 内生性の検定
- 弱相関の検定
- 過剰識別の検定 (パネルデータ分析でも可)

今回の解説はダイナミックパネルデータモデルの推定が主眼ですので, それを実行するために必要な操作変数法, GMM 推定, 識別というトピックは極めて簡単にしか説明しませんでした. これらについてはまた別の機会により丁寧にご説明したいと思います.

用語の解説

今回, 過剰識別の検定ということを行いました. 最後に識別に関する基礎知識を紹介します. 次のモデルに対して操作変数を適用する状況を考えます.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + \beta_{k+1} W_{1i} + \cdots + \beta_{k+r} W_{ri} + u_i$$

ここで, $i = 1, \ldots, n$ で,

- Y_i は被説明変数
- $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_{k+r}$ は回帰係数
- $X_{1i}, \ldots, X_{ki}$ は k 個の内生変数で, u_i との間に相関を有しています.
- $W_{1i}. \ldots, W_{ri}$ は r 個の外生変数またはコントロール変数で u_i との間に相関はありません.
- u_i は誤差項で, ここには観測誤差や脱落変数などが含まれるものと考えます.
- $Z_{1i} \ldots, Z_{mi}$ は m 個の操作変数です.

ここで操作変数の個数が内生変数よりも多い場合 ($m > k$), この状態を**過剰識別**と呼びます. $m < k$ の場合, 識別不可能 (**過少識別**) であり, $m = k$ の場合は識別可能で**丁度識別**と呼びます. 識別の具体的な解説はここでは行いませんが, 計量経済学では基礎知識に分類されるものですので, 是非, 独習なさってください.

第 4 回ではパネルデータにおける非線形モデルの推定について取り上げます.

以上

2016 年 11 月

株式会社 ライトストーン