系列相関と ar の利用方法

EViews を使い始めて間もないころに、必ずと言っていいほど悩むのが、ar 項の使い方です。ar 項は系列相関を表現する場合に利用します。今回はサンプルファイル uroot1.wf1[1]を使って操作方法をご説明します。最初に次に示す消費関数を推定します。

$$CS_t = c_1 + c_2 GDP_t + u_t \tag{1}$$
$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t \tag{2}$$

EViews の Estimatin ダイアログに次のよう入力します。

```
cs c gdp ar(1)
```

EViews は 2 行目の系列相関を示す式は ar(1) だけで表現します。もう少し例を示します。

$$\begin{aligned} CS_t &= c_1 + c_2 GDP_t + u_t \\ u_t &= \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \tag{3}$$

この場合は,

```
cs c gdp ar(1) ar(2)
```

さらに、

$$\begin{aligned} CS_t &= c_1 + c_2 GDP_t + u_t \\ u_t &= \rho_5 u_{t-5} + \epsilon_t \end{aligned} \tag{4}$$

なら、次のようになります。

```
cs c gdp ar(5)
```

ラグ項

それでは消費の習慣性を考慮して次のようなモデルを推定するのはどうすればいいでしょうか。

$$CS_t = c_1 + c_2 GDP_t + CS_{t-1} + u_t \tag{5}$$

こちらは被説明変数自身の 1 期前の値を説明変数にするというものです。EViews の Estimation ダイアログには次のように入力します。

```
cs c gdp cs(-1)
```

2 期前の値を利用したいのあれば、`cs(-2)` とします。系列相関とラグ項の記述方法について、紛らわしいのは系列相関では (1) であり、ラグ項は負の符号をつけて (-1) となるところでしょうか。

[1] Program Files\EViews7\Example Files\EV7 Manual Data\Chapter21 にあります。

コクラン・オーカット法

次に式-1 の推定について簡単にご説明します。「EViews の ar を使った推定はコクラン・オーカット法ですか?」というお問い合わせをいただくことがあります。良く似たものですが、若干違います、というのがお答えです。最初に、コクラン・オーカット法について確認しておきましょう。[2]

式-2 で ρ は未知とします。最初に式-1 で OLS 推定を行い $\hat{c}_1$ と $\hat{c}_2$ を得ます。次にこれらを使って CS_t の計算値 $\widehat{CS_t}$ を求め、さらに $\hat{u}_t$ を得ます。

$$\begin{aligned} \widehat{CS_t} &= \hat{c}_1 + \hat{c}_2 GDP_t \\ \hat{u}_t &= CS_t - \widehat{CS_t} \end{aligned} \tag{6}$$

ここで次の式を OLS 推定して $\hat{\rho}$ を求めます。

$$\begin{aligned} \hat{u}_t &= \rho \hat{u}_{t-1} + \epsilon_t \\ \hat{\rho} &= \frac{\sum \hat{u}_i u_{i-1}}{\sum \hat{u}_{i-1}^2} \end{aligned} \tag{7}$$

最後に、この $\hat{\rho}$ を利用して、変数を定義します。

$$\begin{aligned} CS'_t &\equiv CS_t - \hat{\rho} CS_{t-1} \\ GDP'_t &\equiv GDP_t - \hat{\rho} GDP_{t-1} \end{aligned} \tag{8}$$

ここで式-1 に、1 期前の値を代入した次の式を考えます。

$$CS_{t-1} = c_1 + c_2 GDP_{t-1} + u_{t-1} \tag{9}$$

式-9 の両編に $\hat{\rho}$ を掛けて、式-1 から引きますと、

$$\begin{aligned} CS_t - \hat{\rho} CS_{t-1} &= c_1 \left(1 - \hat{\rho}\right) + c_2 \left(GDP_t - \hat{\rho} GDP_{t-1}\right) + u_t - \hat{\rho} u_{t-1} \\ CS'_t &= c_1 \left(1 - \hat{\rho}\right) + c_2 GDP'_t + \epsilon_t \end{aligned} \tag{10}$$

この最後の式を推定して、$\hat{c}_1, \hat{c}_2$ を得ます。これがコクラン・オーカット法です。一方、EViews では最初に式-1 の 1 期前の式の両辺に ρ を掛けて次の式を作成します。

$$\rho CS_{t-1} = \rho c_1 + \rho c_2 GDP_{t-1} + \rho u_{t-1} \tag{11}$$

そして、式-1 から式 11 を引きます。

$$CS_t - \rho CS_{t-1} = \left(1 - \rho\right) c_1 + c_2 \left(GDP_t - \rho GDP_{t-1}\right) + u_t - \rho u_{t-1}$$

結局、

$$CS_t = \rho CS_{t-1} + \left(1 - \rho\right) c_1 + c_2 \left(GDP_t - \rho GDP_{t-1}\right) + u_t - \rho u_{t-1} \tag{12}$$

[2] 山本 拓 著,「計量経済学」, 新世社より

この式において Marquart の非線形最小二乗法アルゴリズムを用いて各パラメータを推定します。純粋なコクラン · オーカット法とは違って、同時に ρ とモデルのパラメータ c_1, c_2 を推定します。

それでは、実際にそれぞれの手法で推定して見ると、どのくらい値は異なるのでしょうか?ほとんど変わらなければ、煩わしい思いもしなくて良いのですが。GDP の係数 c_2 をまとめてみます。

	GDP の係数	t-値
OLS	0.706414	201.1500
C.O	0.679283	49.39829
EViews	0.293103	9.907451
Stata	0.292986	9.930805

通常の OLS と C.O では値はほぼ同じような感じですが、t-値が大幅に小さくなっています。これは C.O を利用した場合の一般的傾向に合致します。一方、ar(1) を利用したモデルは、推定値が大幅に変わっています。参考までに一番最後に Stata v12 での Prais Winsten 法による AR(1) モデルの推定結果を追加しました。[3]EViews の非線形最小二乗法アルゴリズムによる計算と、Stata の Prais Winsten 法による推定結果はかなり近しい値になっています。アルゴリズムの違いによって、それぞれ計算結果が異なることが分かりました。

以上

株式会社ライトストーン
2011 年 11 月

[3]iteration オプションを使って繰り返し計算回数をデフォルトの 100 回より多くしました。124 回の繰り返し計算を行いました。Stata で t-値の表示桁数を増やす場合は、カンマの後に sformat(%8.4f) などとします。